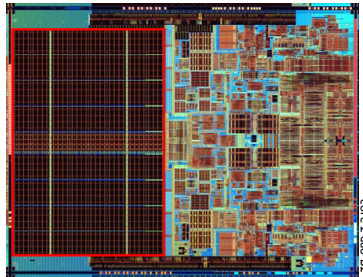


Architecture des Ordinateurs

[Archi/Lycée]



Nicolas Bredèche

Maître de Conférences
Université Paris-Sud

bredèche@lri.fr



Ressources bibliographiques utilisées pour ce cours :

- <http://www.lri.fr/~cecile/ENSEIGNEMENT/POLYARCHI/>
 - <http://www.lri.fr/~cecile/ENSEIGNEMENT/IFIPS/IFPSA/Cours/>
 - <http://www.lri.fr/~temam/enseignement/x/>
 - <http://cas.ee.ic.ac.uk/people/nachiker/teaching/>
 - <http://people.ee.duke.edu/~sorin>
 - <http://www.csee.umbc.edu/~younis/CMSC611/>
 - Computer Architecture: A Quantitative Approach (Hennessy, Patterson)
 - Architecture des ordinateurs (Schwarz), Eyrolles, 2005.
 - Architecture et technologie des ordinateurs, (Zanella, Ligier), Dunod, 2005.
 - Architecture des machines et des systèmes informatiques. (Cazes, Delacroix), 2011.
- Et aussi: <http://www.wikipedia.fr/> et <http://www.commentcamarche.net/>



Objectif: de la mécanique au fonctionnel

source: T. Dumartin (note de cours)

Objectif du module

- Acquérir un...
 - Savoir
 - ▶ comprendre comment est représentée l'information
 - ▶ comprendre comment est fait un ordinateur (matériel/logiciel)
 - ▶ comprendre comment un réseau informatique fonctionne
 - ▶ comprendre comment programmer un robot
 - Savoir faire
 - ▶ manipuler l'information (codage, calcul)
 - ▶ dessiner (sur papier) un circuit logique, et l'optimiser
 - ▶ programmer en assembleur simplifié
 - ▶ programmer un protocole de communication simplifié
 - ▶ programmer un comportement simple de robot

Plan du module

- Intervenants
 - Chargé de cours: Nicolas Bredèche
 - Chargé de TP: Nicolas Galichet et Jean-Marc Montanier
 - Contact: prenom.nom@lri.fr
- Organisation
 - Cours 1 : Architecture - représentation de l'information
 - Cours 2 : Architecture - conception matérielle
 - Cours 3 : Architecture - conception logicielle
 - Cours 4 : Réseaux informatiques
 - Cours 5 : Robotique
- Evaluation: TPs (sauf 1er TP)

Plan du Cours #1

5

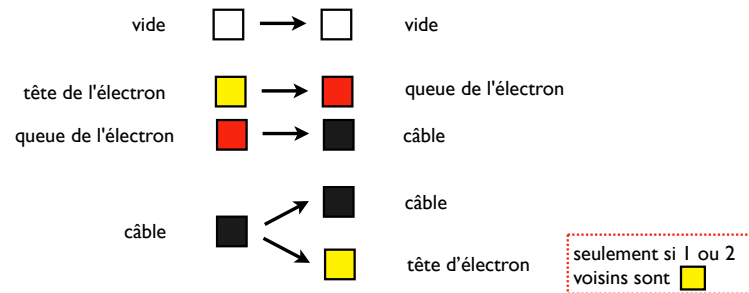
- Architecture des ordinateurs
 - introduction générale
 - représentation de l'information
 - ▶ encodage
 - ▶ changement de représentation
 - ▶ erreur d'arrondi
 - fonction logique
 - ▶ portes logiques
 - ▶ optimisation des portes

Une petite digression

WireWorld

[Silverman, 1987]

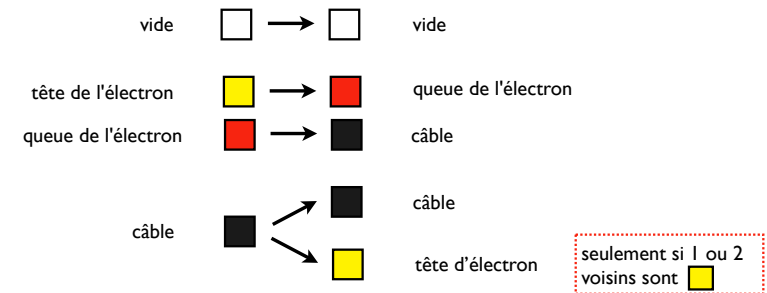
7



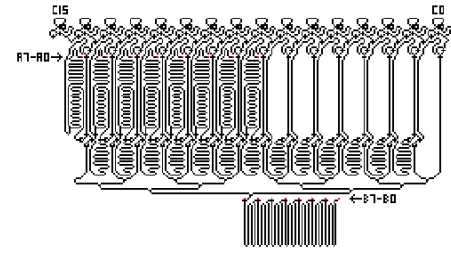
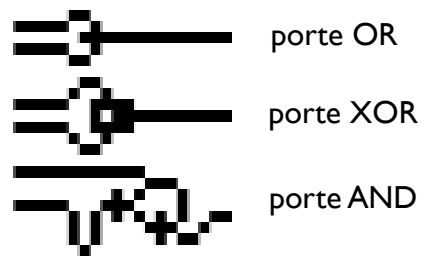
WireWorld

[Silverman, 1987]

8

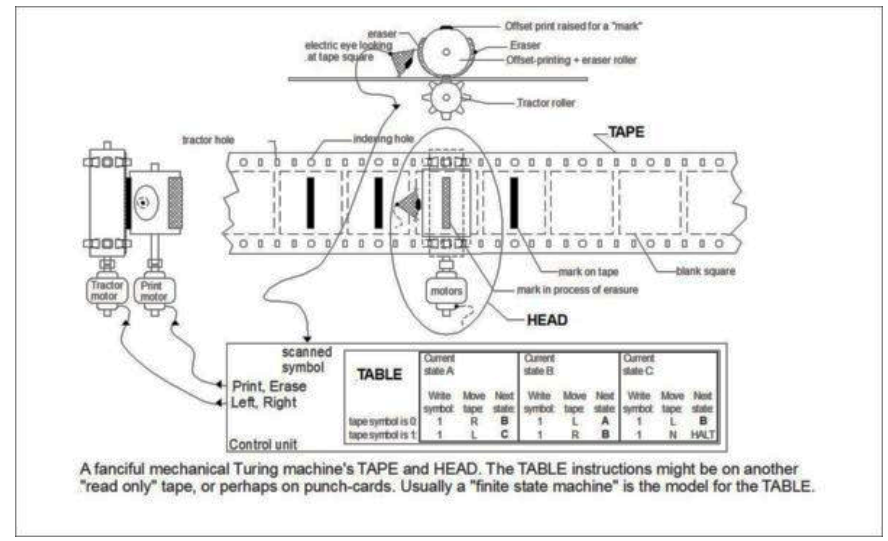


EXERCICE: 1. exécuter les trois versions de ce montage
2. à quoi ce montage peut il servir?



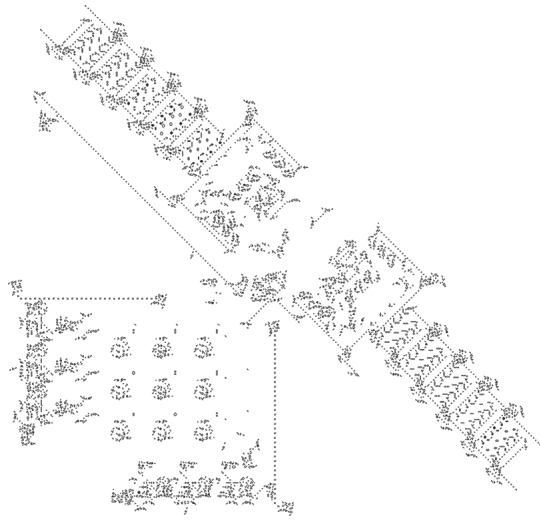
Multiplication de deux nombres 8 bits dans WireWorld
[Gardner, 2002]

L'ordinateur fonctionne dans un monde discret, sur une base binaire

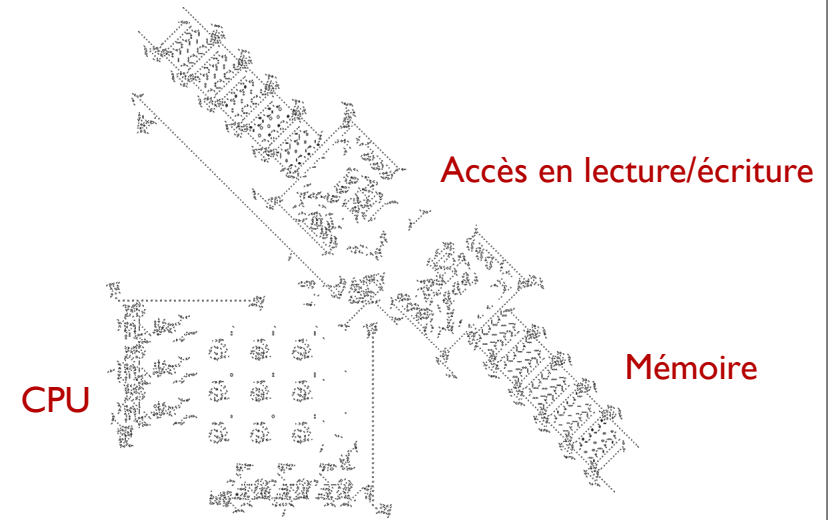


A fanciful mechanical Turing machine's TAPE and HEAD. The TABLE instructions might be on another "read only" tape, or perhaps on punch-cards. Usually a "finite state machine" is the model for the TABLE.

Machine de Turing (ou Automate de Turing)
(1936)



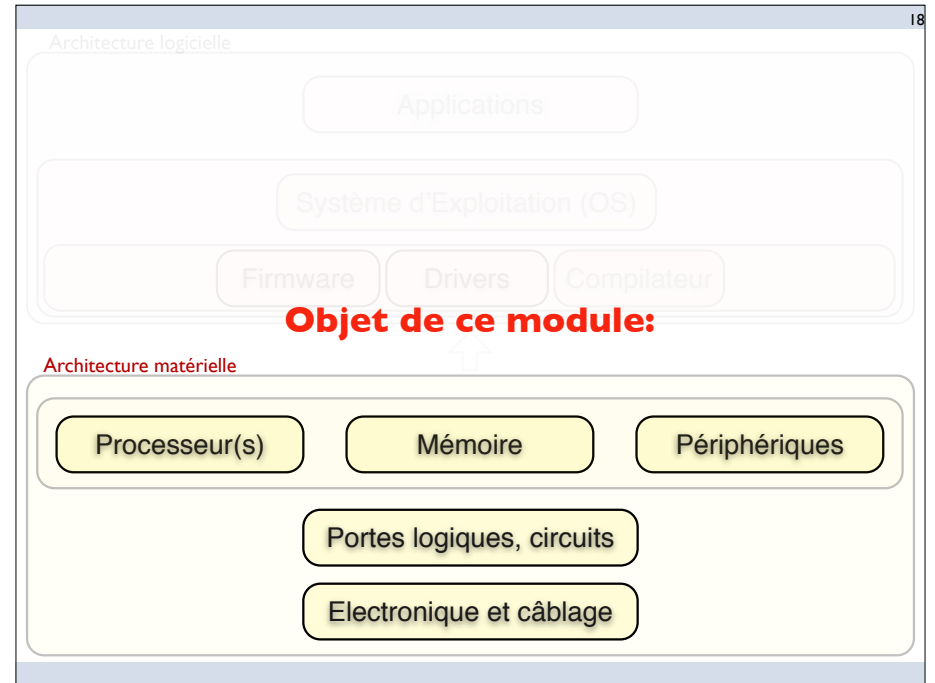
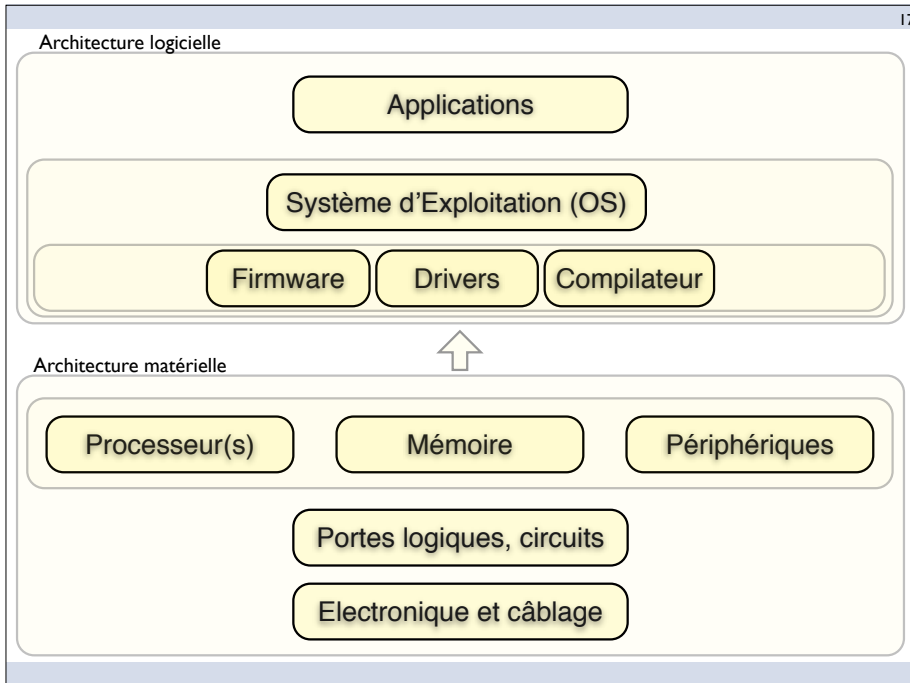
une machine de Turing dans le jeu de la vie
(design par P. Rendell, 2002)



une machine de Turing dans le jeu de la vie
(design par P. Rendell, 2002)

Un ordinateur est constitué de plusieurs
modules spécialisés qui interagissent entre eux

Introduction



19

Architecture de von Neumann

Mémoire

Unité de contrôle

Unité arithmétique et logique

Accumulateur

Entrée

Sortie

L'architecture de von Neumann décompose l'ordinateur en 4 parties distinctes

1. L'**unité arithmétique et logique** (UAL ou ALU en anglais) ou unité de traitement : son rôle est d'effectuer les opérations de base ;
2. L'**unité de contrôle**, chargée du séquençage des opérations ;
3. La **mémoire** qui contient à la fois les données et le programme qui dira à l'unité de contrôle quels calculs faire sur ces données. On distingue:
 - a. la mémoire volatile (programmes et données en cours de fonctionnement)
 - b. la mémoire permanente (programmes et données de base de la machine).
4. Les dispositifs d'**entrée-sortie**, qui permettent de communiquer avec le monde extérieur.

source: wikipedia

20

Architecture de von Neumann

On parle ici du modèle d'architecture...

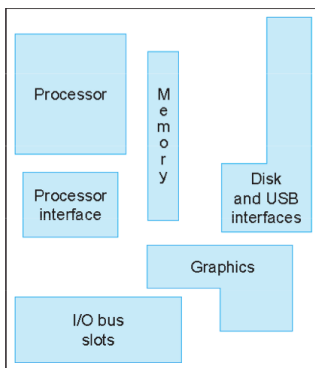
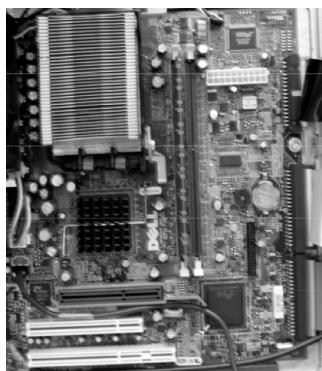
- de votre ordinateur personnel
- ...
- de votre téléphone portable
- de votre appareil photo numérique
- ...
- du GPS de votre voiture
- de votre voiture (de son ordinateur de bord)
- et sinon, du panneau indiquant le temps au prochain bus
- ...
- de votre machine à laver, de votre four micro-ondes
- de votre futur compteur électrique
- ...

- a. la mémoire volatile (programmes et données en cours de fonctionnement)
- b. la mémoire permanente (programmes et données de base de la machine).

4. Les dispositifs d'**entrée-sortie**, qui permettent de communiquer avec le monde extérieur.

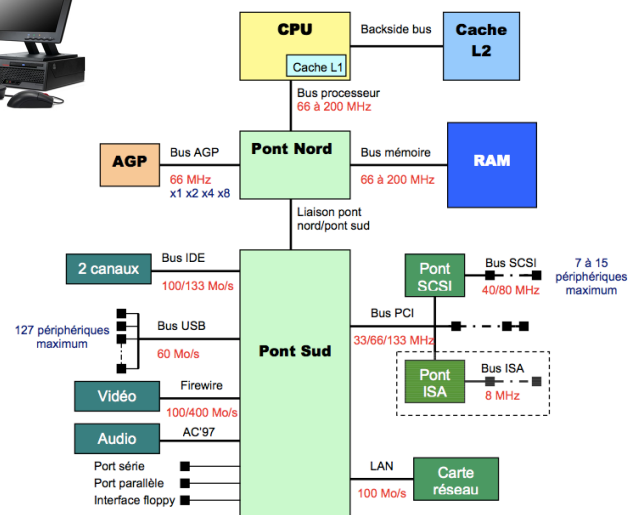
source: wikipedia

Carte mère PC «motherboard»



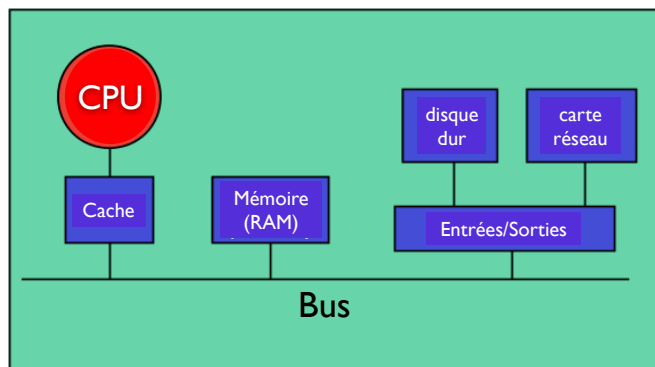
source: <http://www.csee.umbc.edu/~younis/CMSC611>

Exemple typique



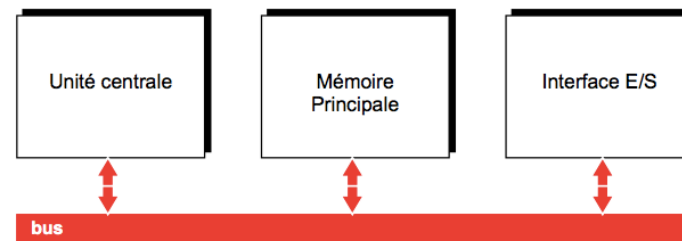
source: T. Dumartin (note de cours)

Vue d'ensemble



traduit de: Daniel Sorin, Duke University

les bus



Bus d'adresse

permet la sélection de l'emplacement mémoire à lire/écrire

Bus de données

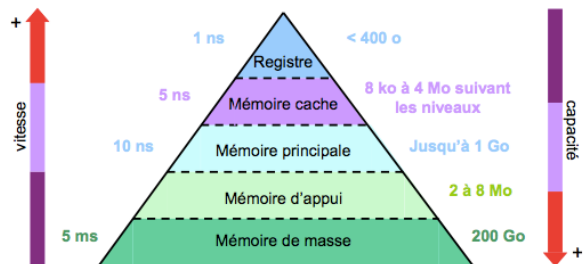
permet l'écriture/lecture des informations en mémoire

Bus de commande

permet de synchroniser les flux d'information entre les deux bus précédents

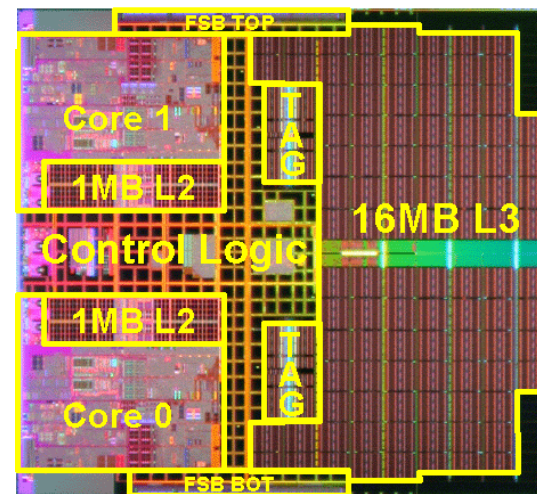
source: T. Dumartin (note de cours)

la mémoire



source: T. Dumartin (note de cours)

le processeur (ou CPU)

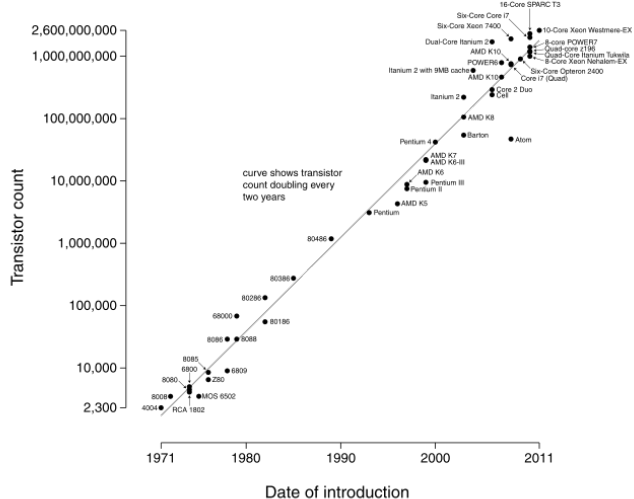


Intel 65nm Xeon MP processor «Tulsa» (2006)

source: <http://www.realworldtech.com/page.cfm?ArticleID=RW021906030756>

évolution du nombre de composants

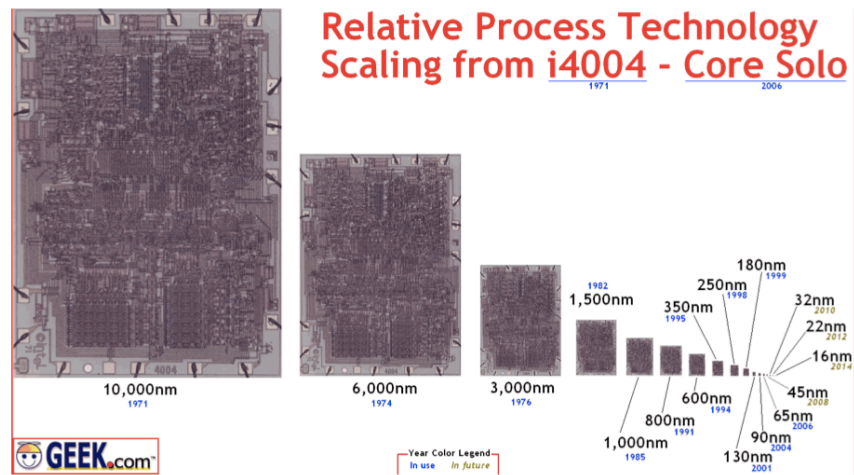
Microprocessor Transistor Counts 1971-2011 & Moore's Law



source: wikipedia

évolution de la place occupée

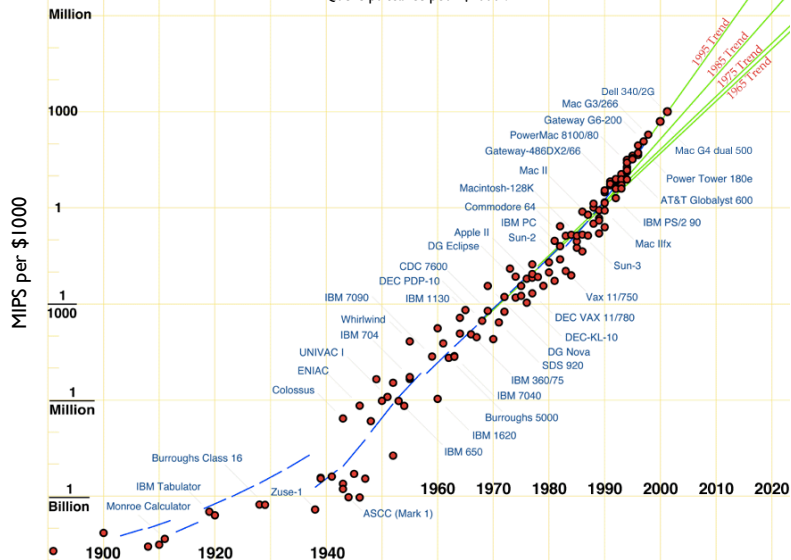
Relative Process Technology Scaling from i4004 - Core Solo



source: MIT course (Nachiket Kapre)

évolution de la puissance

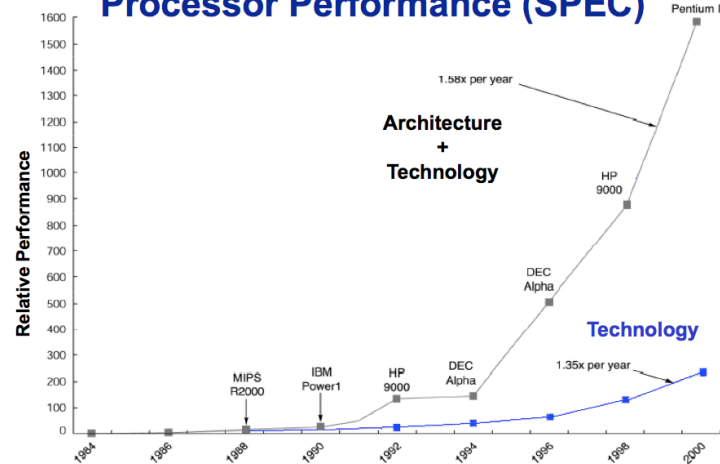
Quelle puissance pour \$1000 ?



source: <http://www.mocom2020.com/2009/05/evolution-of-computer-capacity-and-costs/>

Quelles sont les causes de l'augmentation de la puissance ?

Processor Performance (SPEC)



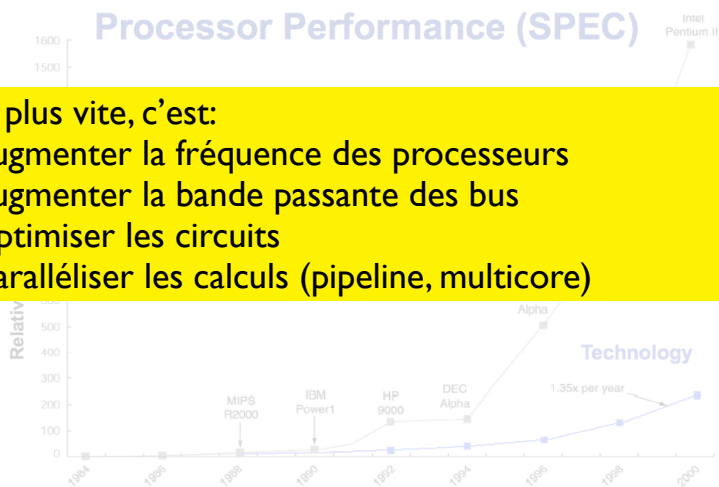
source: David Paterons (depuis: M.Younis, CMCS 6 I 1)

Quelles sont les causes de l'augmentation de la puissance ?

Processor Performance (SPEC)

Aller plus vite, c'est:

- augmenter la fréquence des processeurs
- augmenter la bande passante des bus
- optimiser les circuits
- paralléliser les calculs (pipeline, multicore)



source: David Paterons (depuis: M.Younis, CMCS 6 I 1)

- Concevoir l'architecture des ordinateurs:
 - Compétence en ingénierie («computer engineering»)
 - Compétence en informatique («computer science»)
- Objectifs:
 - Aller plus vite...
 - En restant (si possible) compatible avec l'existant

Portes logiques

comment calculer?

porte logique «universelle»

1/2



NAND

$$\overline{A \cdot B}$$

INPUT		OUTPUT
A	B	A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

source: wikipedia

porte logique «universelle»

2/2



NOR

$$\overline{A + B}$$

INPUT		OUTPUT
A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

source: wikipedia

Type	Distinctive shape	Rectangular shape	Boolean algebra between A & B	Truth table																		
AND			$A \cdot B$	<table border="1"><thead><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>A AND B</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></tbody></table>	INPUT		OUTPUT	A	B	A AND B	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
INPUT		OUTPUT																				
A	B	A AND B																				
0	0	0																				
0	1	0																				
1	0	0																				
1	1	1																				
OR			$A + B$	<table border="1"><thead><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>A OR B</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></tbody></table>	INPUT		OUTPUT	A	B	A OR B	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
INPUT		OUTPUT																				
A	B	A OR B																				
0	0	0																				
0	1	1																				
1	0	1																				
1	1	1																				
NOT			\overline{A}	<table border="1"><thead><tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr><tr><th>A</th><th>NOT A</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></tbody></table>	INPUT	OUTPUT	A	NOT A	0	1	1	0										
INPUT	OUTPUT																					
A	NOT A																					
0	1																					
1	0																					

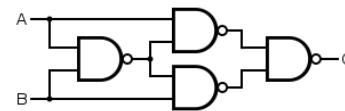
source: wikipedia

Type	Distinctive shape	Rectangular shape	Boolean algebra between A & B	Truth table																	
AND			$A \cdot B$	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>B</th><th>A AND B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	B	A AND B	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
INPUT	OUTPUT																				
A	B	A AND B																			
0	0	0																			
0	1	0																			
1	0	0																			
1	1	1																			
OR			$A + B$	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>B</th><th>A OR B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	B	A OR B	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
INPUT	OUTPUT																				
A	B	A OR B																			
0	0	0																			
0	1	1																			
1	0	1																			
1	1	1																			
NOT			\bar{A}	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>NOT A</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	NOT A	0	1	1	0									
INPUT	OUTPUT																				
A	NOT A																				
0	1																				
1	0																				

exercice:

INPUT	OUTPUT	
A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

?

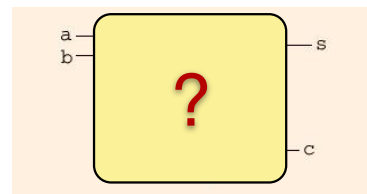


...On peut aussi le faire avec des portes ET et OU

INPUT	OUTPUT	
A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND			$\overline{A \cdot B}$	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>B</th><th>A NAND B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	B	A NAND B	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
INPUT	OUTPUT																				
A	B	A NAND B																			
0	0	1																			
0	1	1																			
1	0	1																			
1	1	0																			
NOR			$\overline{A + B}$	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>B</th><th>A NOR B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	B	A NOR B	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
INPUT	OUTPUT																				
A	B	A NOR B																			
0	0	1																			
0	1	0																			
1	0	0																			
1	1	0																			
XOR			$A \oplus B$	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>B</th><th>A XOR B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	B	A XOR B	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
INPUT	OUTPUT																				
A	B	A XOR B																			
0	0	0																			
0	1	1																			
1	0	1																			
1	1	0																			
XNOR			$\overline{A \oplus B}$ or $A \odot B$	<table border="1"> <thead> <tr><th>INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr> <tr><th>A</th><th>B</th><th>A XNOR B</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	INPUT	OUTPUT	A	B	A XNOR B	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
INPUT	OUTPUT																				
A	B	A XNOR B																			
0	0	1																			
0	1	0																			
1	0	0																			
1	1	1																			

Addition avec calcul de retenue

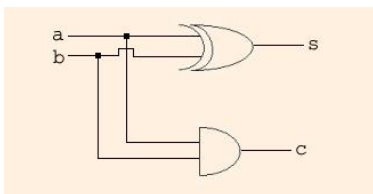


a	b	s	c
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

exercice!

Addition

avec calcul de retenue

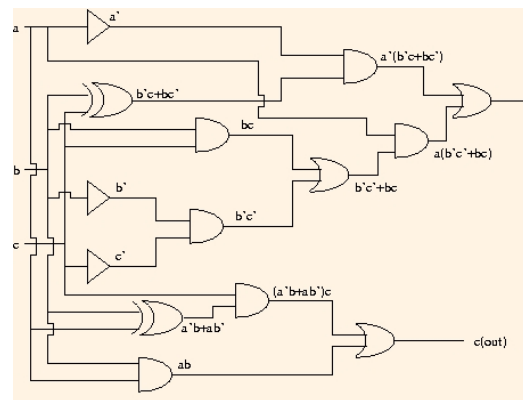


«half-adder»

a	b	s	c
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Addition

avec prise en charge de retenue et calcul de retenue

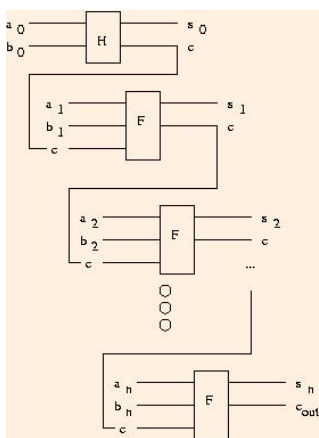


«full-adder»

a	b	c (in)	s	c (out)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Addition

deux nombres de n bits



Codage

comment représenter l'information?

● Représentation en machine

- bases 2, 8, 10, 16
- passage d'une base à une autre
- complément à deux

● Représentation des nombres réels

- de 2^{32} (en nombres entiers) à 2^{232} valeurs en 32 bits
- représentation en virgule flottante (norme IEEE 754)
 - ▶ définit la représentation, le comportement en cas de dépassement de capacité et garanti un arrondi exact pour les opérations élémentaires (+, -, *, /, Sqrt)

● Représentation en machine

- bases 2, 8, 10, 16
- passage d'une base à une autre
- complément à deux

● Représentation des nombres réels

- de 2^{32} (en nombres entiers) à 2^{232} valeurs en 32 bits
- représentation en virgule flottante (norme IEEE 754)
 - ▶ définit la représentation, le comportement en cas de dépassement de capacité et garanti un arrondi exact pour les opérations élémentaires (+, -, *, /, Sqrt)

En base b , on utilise b chiffres. Notons a_i la suite des chiffres utilisés pour écrire un nombre

$$x = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$$

a_0 est le chiffre des unités.

- En décimal, $b = 10$, $a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
- En binaire, $b = 2$, $a_i \in \{0, 1\}$: 2 chiffres binaires, ou bits ;
- En hexadécimal, $b = 16$, $a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$ (on utilise les 6 premières lettres comme des chiffres).

Représentation des nombres entiers

En base 10, on écrit par exemple 1996 pour représenter le nombre

$$1996 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

Dans le cas général, en base b , le nombre représenté par une suite de chiffres $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ est donné par :

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 = \sum_{i=0}^n a_i b^i$$

a_0 est le chiffre de poids faible, et a_n le chiffre de poids fort.

Exemple en base 2 :

$$(101)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5$$

La notation $()_b$ indique que le nombre est écrit en base b .

Passage d'une base quelconque à la base 10

Il suffit d'écrire le nombre comme ci-dessus et d'effectuer les opérations en décimal.

Exemple en hexadécimal :

$$(AB)_{16} = 10 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 160 + 11 = (171)_{10}$$

(en base 16, A représente 10, B 11, et F 15).

Passage de la base 10 vers une base quelconque

Nombres entiers On procède par divisions successives. On divise le nombre par la base, puis le quotient obtenu par la base, et ainsi de suite jusqu'à obtention d'un quotient nul.

La suite des restes obtenus correspond aux chiffres dans la base visée, $a_0 a_1 \dots a_n$.

Exemple : soit à convertir $(44)_{10}$ vers la base 2.

$$\begin{aligned} 44 &= 22 \times 2 + 0 &\implies a_0 &= 0 \\ 22 &= 11 \times 2 + 0 &\implies a_1 &= 0 \\ 11 &= 2 \times 5 + 1 &\implies a_2 &= 1 \\ 5 &= 2 \times 2 + 1 &\implies a_3 &= 1 \\ 2 &= 1 \times 2 + 0 &\implies a_4 &= 0 \\ 1 &= 0 \times 2 + 1 &\implies a_5 &= 1 \end{aligned}$$

Donc $(44)_{10} = (101100)_2$.

Cas des bases 2, 8 et 16

Ces bases correspondent à des puissances de 2 (2^1 , 2^3 et 2^4), d'où des passages de l'une à l'autre très simples. Les bases 8 et 16 sont pour cela très utilisées en informatique, elles permettent de représenter rapidement et de manière compacte des configurations binaires.

La base 8 est appelée notation *octale*, et la base 16 notation *hexadécimale*.

Chaque chiffre en base 16 (2^4) représente un paquet de 4 bits consécutifs. Par exemple :

$$(10011011)_2 = (1001\ 1011)_2 = (9B)_{16}$$

De même, chaque chiffre octal représente 3 bits.

On manipule souvent des nombres formés de 8 bits, nommés *octets*, qui sont donc notés sur 2 chiffres hexadécimaux.

Opérations arithmétiques

Les opérations arithmétiques s'effectuent en base quelconque b avec les mêmes méthodes qu'en base 10. Une retenue ou un report apparaît lorsque l'on atteint ou dépasse la valeur b de la base.

Entiers naturels

Les entiers naturels (positifs ou nuls) sont codés sur un nombre d'octets fixé (un octet est un groupe de 8 bits). On rencontre habituellement des codages sur 1, 2 ou 4 octets, plus rarement sur 64 bits (8 octets, par exemple sur les processeurs DEC Alpha).

Un codage sur n bits permet de représenter tous les nombres naturels compris entre 0 et $2^n - 1$. Par exemple sur 1 octet, on pourra coder les nombres de 0 à $255 = 2^8 - 1$.

On représente le nombre en base 2 et on range les bits dans les cellules binaires correspondant à leur poids binaire, de la droite vers la gauche. Si nécessaire, on complète à gauche par des zéros (bits de poids fort).

Entiers relatifs

Il faut ici coder le signe du nombre. On utilise le codage en *complément à deux*, qui permet d'effectuer ensuite les opérations arithmétiques entre nombres relatifs de la même façon qu'entre nombres naturels.

1. **Entiers positifs ou nuls** : On représente le nombre en base 2 et on range les bits comme pour les entiers naturels. Cependant, la cellule de poids fort est toujours à 0 : on utilise donc $n - 1$ bits.

Le plus grand entier positif représentable sur n bits en relatif est donc $2^{n-1} - 1$.

2. **Entiers négatifs** : Soit x un entier positif ou nul représenté en base 2 sur $n - 1$ bits

$$x = \sum_{i=0}^{n-2} \alpha_i 2^i, \text{ avec } \alpha_i \in \{0, 1\}$$

La représentation de $-x$ est obtenue par complémentation à 2^{n-1} de x . On dit *complément à deux*.

Pour obtenir le codage d'un nombre x négatif, on code en binaire sa valeur absolue sur $n - 1$ bits, puis on complémente (ou inverse) tous les bits et on ajoute 1.

Exemple : soit à coder la valeur -2 sur 8 bits. On exprime 2 en binaire, soit 00000010. Le complément à 1 est 11111101. On ajoute 1 et on obtient le résultat : 1111 1110.

Remarques :

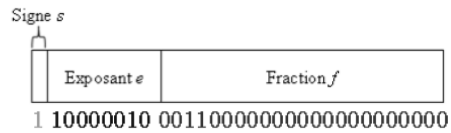
- (a) le bit de poids fort d'un nombre négatif est toujours 1 ;
- (b) sur n bits, le plus grand entier positif est $2^{n-1} - 1 = 011 \dots 1$;
- (c) sur n bits, le plus petit entier négatif est -2^{n-1} .

● Représentation en machine

- bases 2, 8, 10, 16
- passage d'une base à une autre
- complément à deux

● Représentation des nombres réels

- de 2^{32} (en nombres entiers) à 2^{232} valeurs en 32 bits
- représentation en virgule flottante (norme IEEE 754)
 - ▶ définit la représentation, le comportement en cas de dépassement de capacité et garanti un arrondi exact pour les opérations élémentaires (+, -, *, /, Sqrt)



Nombre de bits	Taille de s	Taille de f	Taille de e	E_{min}	E_{max}
32 (simple précision)	1	23	8	-126	+127
64 (double précision)	1	52	11	-1022	+1023

extrait des notes de cours d'Olivier Temam - <http://www.lri.fr/~temam/enseignement/>



$$(-1)^s \times \left(1 + \sum_{i=1}^{23} f_i 2^{-i} \right) \times 2^{e-E_{max}}$$

f_i correspond au $i^{\text{ème}}$ bit de la fraction f .

$$A = 1 \ 10000010 \ 0011000000000000000000$$

$$s = 1 \ (-), \ e = 130 - 127 = 3, \ f = 2^{-3} + 2^{-4} = 0,125 + 0,0625$$

$$A = -1,1875 \times 2^3 = -9,5$$

extrait des notes de cours d'Olivier Temam - <http://www.lri.fr/~temam/enseignement/>

Exceptions. Afin d'identifier des valeurs extrêmes (valeurs proches de 0, ou ∞) ainsi que des expressions indéfinies ($\sqrt{-1}, \frac{0}{0}, \infty - \infty$), la norme introduit des conventions particulières :

$e - E_{max}$	f	Nombre représenté	Cas
$E_{min} - 1$	0	± 0	Zéro
$E_{min} - 1$	$\neq 0$	$(-1)^s \times 0, f \times 2^{E_{min}}$	Nombres dénormalisés (petites valeurs)
$E_{min} \leq e \leq E_{max}$		$(-1)^s \times 1, f \times 2^{e-E_{max}}$	Nombres normalisés
$E_{max} + 1$	0	$\pm \infty$	Infini
$E_{max} + 1$	$\neq 0$	NaN	Expressions indéfinies

extrait des notes de cours d'Olivier Temam - <http://www.lri.fr/~temam/enseignement/>

Arrondi. La norme propose quatre types d'arrondi : vers 0, vers $+\infty$, vers $-\infty$, au plus près. En théorie, l'utilisateur a la possibilité de sélectionner le mode d'arrondi, mais en pratique ce choix est souvent imposé dans le langage de programmation.

Exemple : Addition avec arrondi au plus près.

On veut additionner les deux nombres suivants (norme IEEE 754):

$$R_1 = 0 \ 00000010 \ 0010 \dots 10$$

$$R_2 = 0 \ 00000010 \ 1010 \dots 00$$

On effectue d'abord l'addition des deux mantisses normalisées $1,0010 \dots 01$ avec $1,1010 \dots 00$ et le résultat est : $10,1100 \dots 01$. Comme la partie entière contient 2 bits ($10, \dots$), il faut normaliser en décalant à droite d'un bit ($1,01100 \dots 01$). Le 23ème bit de la mantisse correspond donc au dernier 0 ($1,01100 \dots 01$). Comme le préconise la norme IEEE 754, on a effectué le calcul sur plus de 23 bits, et pour ramener la mantisse à 23 bits, on doit appliquer la politique d'arrondi. On suppose qu'on utilise ici l'arrondi par excès, et donc la présence d'un 1 dans le 24e bit implique que le 23e bit doit devenir un 1. Le résultat final est : $0 \ 00000010 \ 01100 \dots 01$.

en raison de l'arrondi, il y a une perte de précision.

extrait des notes de cours d'Olivier Temam - <http://www.lri.fr/~temam/enseignement/>

Limite:

Exemple : L'addition n'est pas associative ; e → 3 bits, f → 4 bits.

$$(-1,0111 \times 2^4 + 1,0111 \times 2^4) + 1,1000 \times 2^{-3} = 1,1000 \times 2^{-3}$$

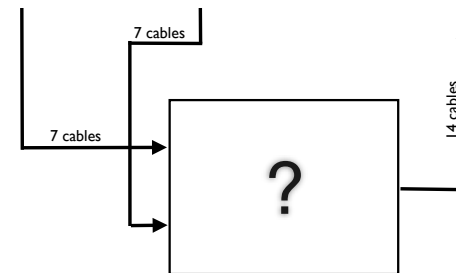
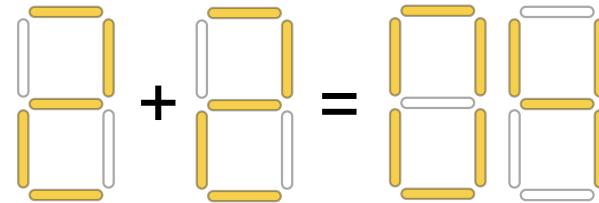
$$-1,0111 \times 2^4 + (1,0111 \times 2^4 + 1,1000 \times 2^{-3}) = -1,0111 \times 2^4 + 1,0111 \times 2^4 = 0$$

0	32	64	96	128	160	192	224
1	33	65	97	129	161	193	225
2	34	66	98	130	162	194	226
3	35	67	99	131	163	195	227
4	36	68	100	132	164	196	228
5	37	69	101	133	165	197	229
6	38	70	102	134	166	198	230
	39	71	103	135	167	199	231
	40	72	104	136	168	200	232
	41	73	105	137	169	201	233
	42	74	106	138	170	202	234
11	43	75	107	139	171	203	235
12	44	76	108	140	172	204	236
13	45	77	109	141	173	205	237
14	46	78	110	142	174	206	238
15	47	79	111	143	175	207	239
16	48	80	112	144	176	208	240
17	49	81	113	145	177	209	241
18	50	82	114	146	178	210	242
19	51	83	115	147	179	211	243
20	52	84	116	148	180	212	244
21	53	85	117	149	181	213	245
22	54	86	118	150	182	214	246
23	55	87	119	151	183	215	247
24	56	88	120	152	184	216	248
25	57	89	121	153	185	217	249
26	58	90	122	154	186	218	250
27	59	91	123	155	187	219	251
28	60	92	124	156	188	220	252
29	61	93	125	157	189	221	253
30	62	94	126	158	190	222	254
31	63	95	127	159	191	223	255

Table ASCII

il s'agit d'une norme établissant une correspondance entre des codes binaires et la représentation de caractères

Pour réfléchir un peu...



Ecrite le circuit logique qui additionne les deux chiffres.

Remarque : il va falloir décoder les entrées et ré-encoder la sortie

Fin du cours #1