

Introduction aux Automates Cellulaires

[Archi/Lycée]

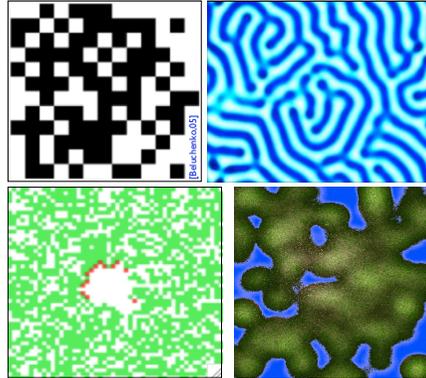
Nicolas Bredèche
Maître de Conférences HDR

Université Paris-Sud

Equipe **TAO** (LRI, INRIA, CNRS)
Machine Learning & Optimization

Laboratoire de Recherche en Informatique
LRI, UMR 8623

bredeche@lri.fr
<http://www.lri.fr/~bredeche>



Ressources bibliographiques

Les transparents suivants sont extraits d'une partie de mon cours L2 «Vie Artificielle». Vous pourrez retrouver l'intégralité du cours ici (ainsi qu'une «note de lecture» sur les automates cellulaires 1D):
<http://www.lri.fr/~bredeche/Pmwiki/index.html?n=Main.Cours>



Les automates cellulaires?

1. un jeu mathématique
2. un formalisme pour étudier des questions fondamentales en informatique
3. un outil pour la modélisation discrète

Pourquoi les automates cellulaires?

0. Parce que c'est le dernier cours
1. Parce que les AC sont simples... et complexes à la fois
 2. Parce que c'est un support pour apprendre à programmer
 3. Parce qu'on «voit» le résultat
 4. Parce qu'il y a lien avec: programmation, architecture, ... mais aussi: mathématiques

Comment comprendre ce cours?

1. comme un lien entre informatique et mathématiques
2. comme un outil pédagogique pour introduire la programmation ...et l'informatique en général
3. comme un support pour un projet

Automates Cellulaires 1D

Environnement



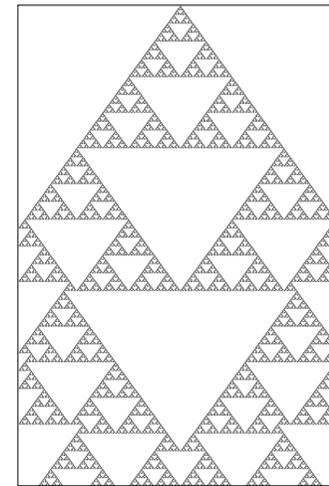
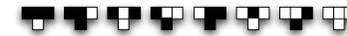
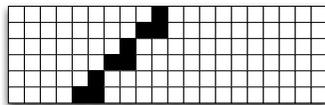
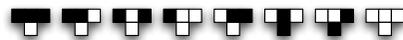
Voisinage d'une cellule



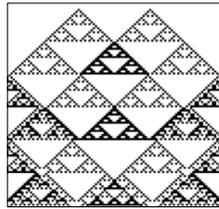
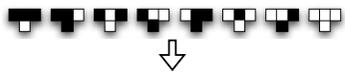
Exemples d'un ensemble de règles



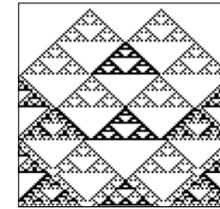
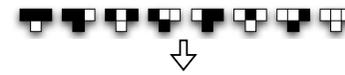
Automate cellulaire 1D à deux états
(entre autres: Wolfram, 1983...)



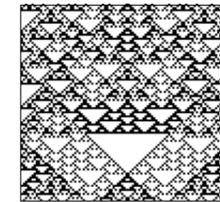
Rule 90 - automate cellulaire 1D 2-couleurs
[Wolfram, 1983]



Influence de l'initialisation



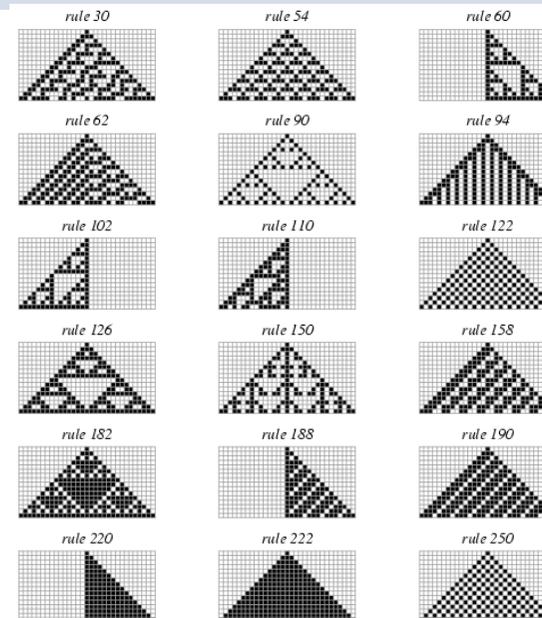
...plus tard...



Complexité des dynamiques

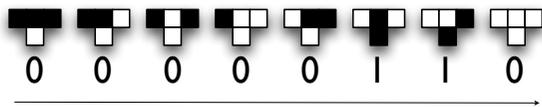


Conus Aulicus



Quelques exemples [Wolfram, 1983-2002]

Numérotation des règles



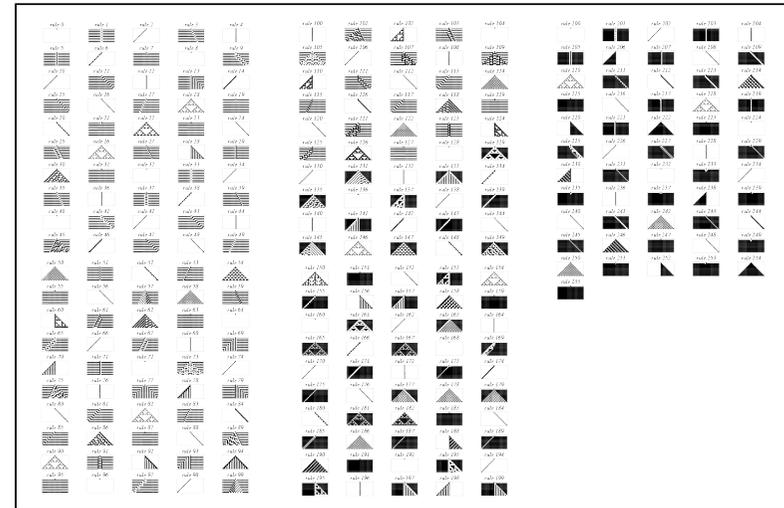
Le numéro d'une règle est déterminé en lisant, de droite à gauche, l'état résultant pour chaque configuration des cellules précédentes. Pour l'ensemble de sous-règles utilisé ci-dessus, on lit de droite à gauche: 00000110 (en binaire, on écrit 00000110b).

Pour convertir ce numéro depuis la représentation binaire vers une représentation en décimal, on écrit:

$$\begin{aligned}
 &00000110b \\
 &= 0 * 2^7 + 0 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 \\
 &= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2^2 + 2^1 + 0 \\
 &= 6d
 \end{aligned}$$

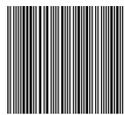
Il s'agit donc de la règle 6.

Note: Il n'existe que 256 règles (numérotées de 0 à 255) dans le cadre des automates cellulaires 1D à deux états.

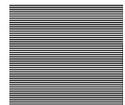


Les 256 règles pour les CA 1D 2-couleurs
[Wolfram, 1983-2002]

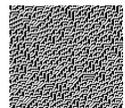
source: <http://mathworld.wolfram.com>



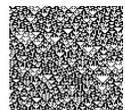
CLASSE 1 : motif homogène



CLASSE 2 : motifs simples ou périodiques



CLASSE 3 : motif chaotique



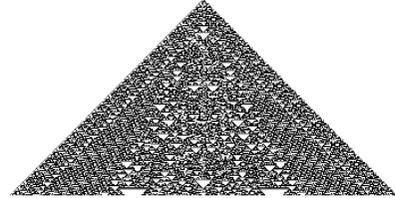
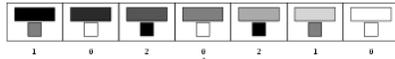
CLASSE 4 : motif répété

Classes de complexité de Wolfram
[Wolfram, 1983]

Automates Cellulaires : propriétés

- Définition des règles
 - Nombre d'états
 - 2 couleurs, 5 couleurs...
 - Voisinage
 - 3, 5...
- Règle de mise à jour
 - Synchrone vs. asynchrone
 - Déterministe vs. stochastique
 - Ajout de bruit

Nombre d'états

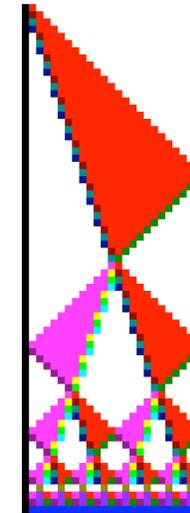


code 912 - automate cellulaire totalistique 3-couleurs

source: <http://mathworld.wolfram.com>

Le problème des fusillers

"Firing squad synchronization problem"

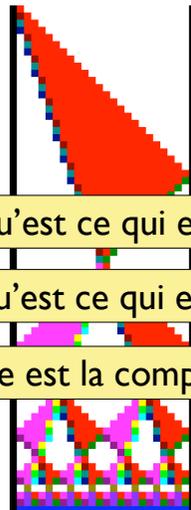


CA-1D à 15 états

http://en.wikipedia.org/wiki/Firing_squad_synchronization_problem

Le problème des fusillers

"Firing squad synchronization problem"



CA-1D à 15 états

Question: qu'est ce qui est décidable?

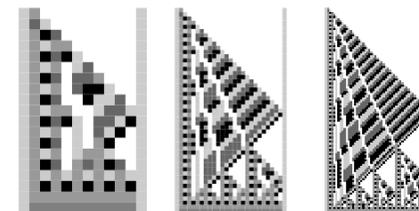
Question: qu'est ce qui est calculable?

Question: quelle est la complexité du calcul?

http://en.wikipedia.org/wiki/Firing_squad_synchronization_problem

Le problème des fusillers (cont.)

"Firing squad synchronization problem"

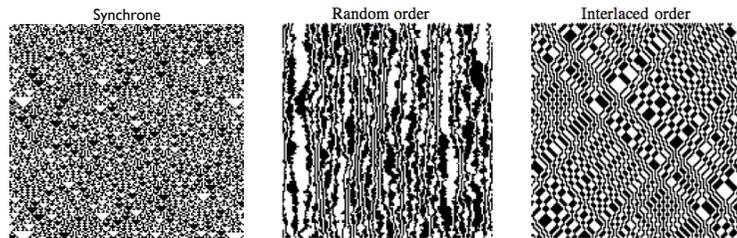


adapted from Wolfram, S. *A New Kind of Science*,
Wolfram Meeks, p. 1035, 2002.

CA-1D à 6 états

source: <http://mathworld.wolfram.com/FiringSquadProblem.html>

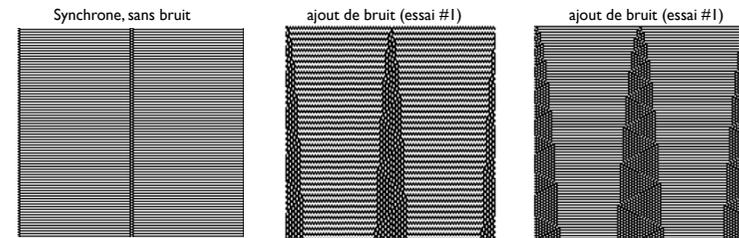
Mise à jour: effet de l'ordre



règle n.150

Effects of fluctuation and randomness. Kanada, 1997

Mise à jour: effet du bruit



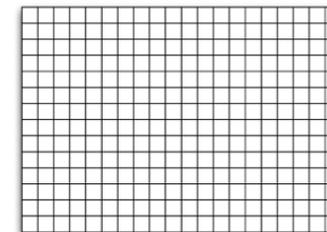
règle n.123

Effects of fluctuation and randomness. Kanada, 1997

Automates Cellulaires 2D

AC-2D

Environnement (2D)



- Type de voisinage
 - Von neumann, Moore, Margolus, ...
- Prise en compte du voisinage
 - Localisé, Totalistique, ...
- Et toujours...
 - Nombre d'états, bruit, etc.

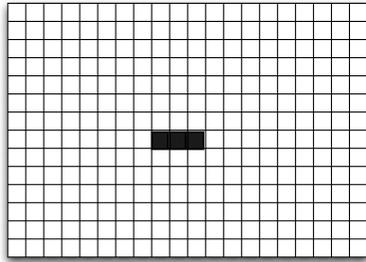


voisinage de Moore (8 voisins)



voisinage de Von Neumann (4 voisins)

Environnement (2D)



Voisinage d'une cellule

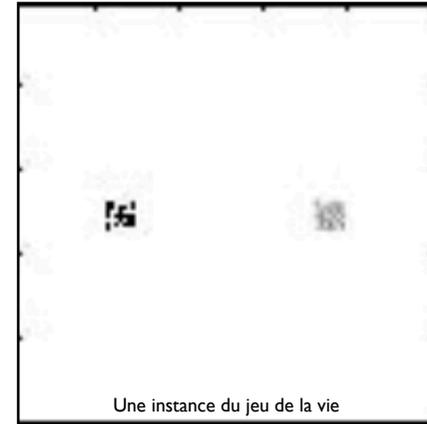


voisinage de Moore (8 voisins)

Trois Règles (automate dit "totalistic CA")

1. Si et **soit 2 ou soit 3 voisins vivants** →
2. Si et **exactement 3 voisins vivants** →
3. Sinon: →

Jeu de la Vie [Conway, 1970]



(remarque : vitesse rapide, toutes les itérations n'apparaissent pas)

demo: <http://www.youtube.com/watch?v=ma7dwLIEiYU>



(remarque : vitesse rapide, toutes les itérations n'apparaissent pas)

demo: <http://www.youtube.com/watch?v=ma7dwLIEiYU>

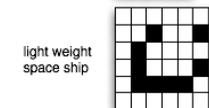
Structures statiques

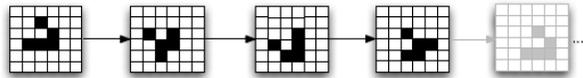


Structures dynamiques: oscillateurs à 2 états

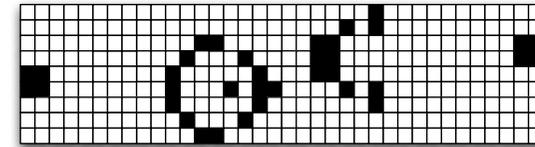


Structures dynamiques: oscillateurs avec déplacement

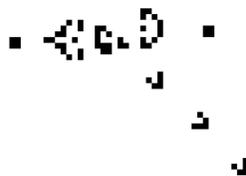




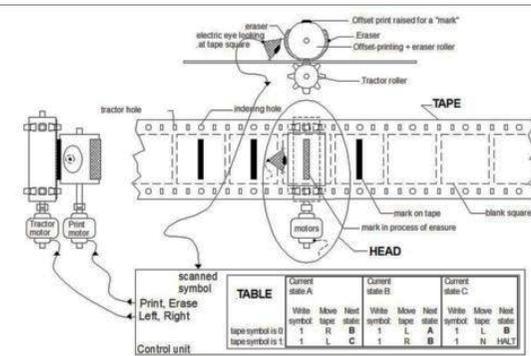
les 4 états d'un planeur



une structure à croissance continue: le canon ("glider gun")

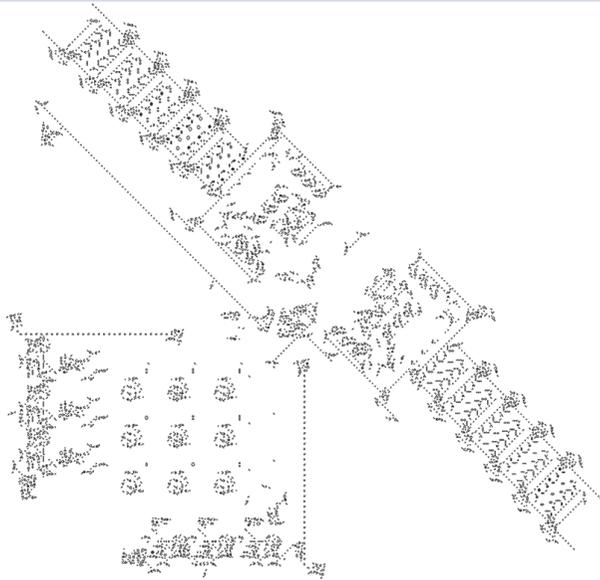


Canon et planeurs



A fanciful mechanical Turing machine's TAPE and HEAD. The TABLE instructions might be on another "read only" tape, or perhaps on punch-cards. Usually a "finite state machine" is the model for the TABLE.

Machine de Turing (ou Automate de Turing)
(1936)



une machine de Turing dans le jeu de la vie
(design par P. Rendell, 2002)

source: <http://rendell-attic.org/golltm.htm>

Automates Cellulaires

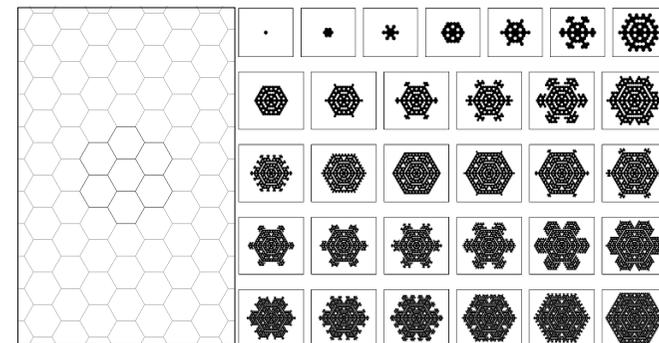
Modélisation avancée

Trois cas d'école

- Flocon de neige
- WireWorld
- Feu de forêt

Flocon de neige

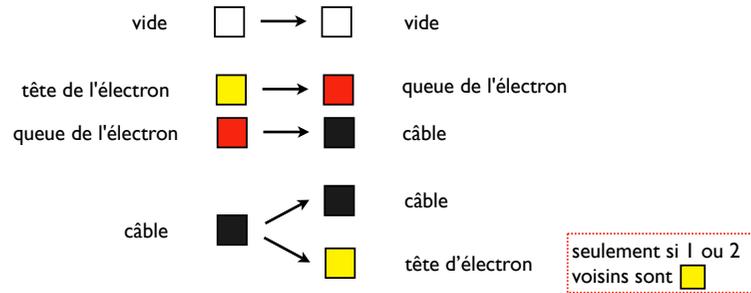
"Snowflake growth"



AC totalistique sur grille hexagonale
Règle: actif si un seul voisin actif

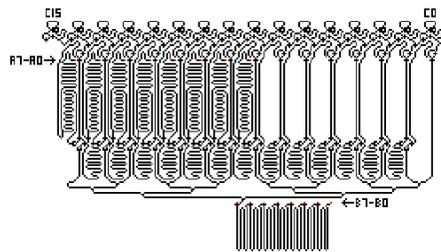
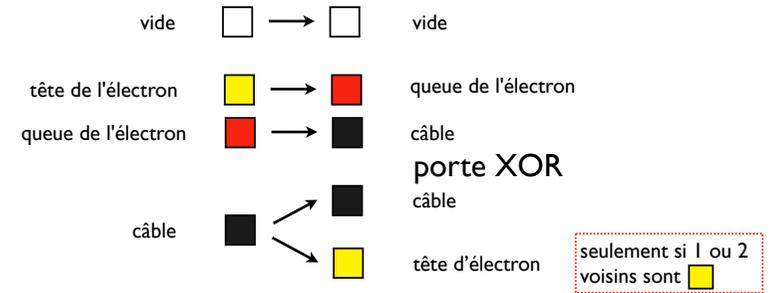
WireWorld

[Silverman, 1987]



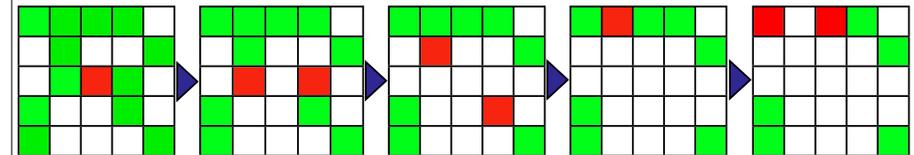
WireWorld

[Silverman, 1987]



Multiplication de deux nombres 8 bits dans WireWorld
[Gardner, 2002]

“Feu de Forêt”



Propriétés:

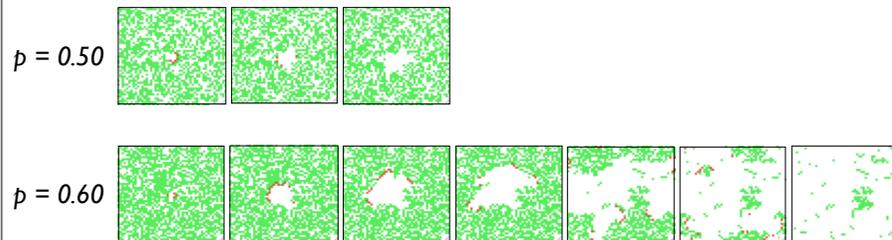
- ▶ 3 états (blanc, vert, rouge)
- ▶ voisinage Von Neumann
- ▶ totalistique

Règle:

- ▶ si au moins un voisin est rouge **alors** devient rouge
- ▶ si rouge **alors** devient blanc

Seuil de percolation

Percolation: La percolation est un processus physique critique qui décrit pour un système, une transition d'un état vers un autre (wikipedia).



Seuil de percolation pour le feu de forêt:
densité d'arbres ≈ 0.55

Modélisation et Simulation

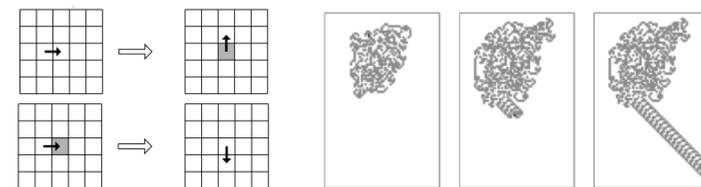
Fourmi de Langton



- Un «agent»
 - Un état interne : orientation
 - Des actions possibles : rotation, avancer, changer l'état d'une case
- Un environnement (ie. ensemble de cases)
 - Deux états: noir ou blanc (présence de phéromone ou non)
- Deux actions:
 - Si [blanc] alors: inverse état, tourne à 90° vers la gauche, avance
 - Sinon ([noir]) : inverse état, tourne à 90° vers la droite, avance

source: wikipedia

Fourmi de Langton



Règles au niveau microscopique

Emergence au niveau macroscopique

Notion d'**émergence** :

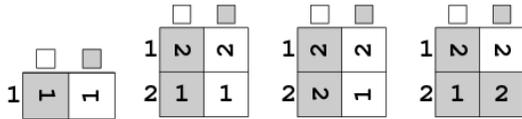
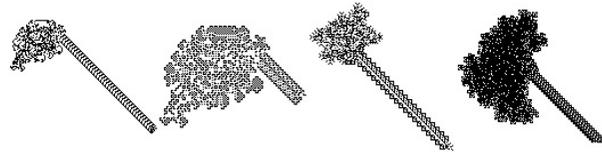
Apparition d'une nouvelle caractéristique (structurale ou comportementale) observable à une échelle macroscopique et résultant de phénomènes agissant au niveau microscopique.

Ici: convergence vers une stratégie comportementale particulière

source: <http://mpej.unige.ch/~coppex/cours/>

“Turmites”

“Turing termites”



turmite à 1 état
(miroir de la fourmi de Langton)

turmites à 2 états
exemple 1

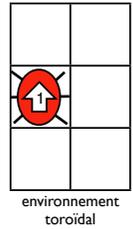
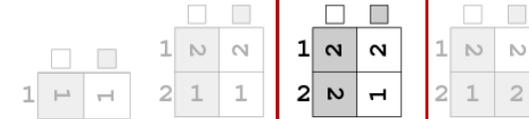
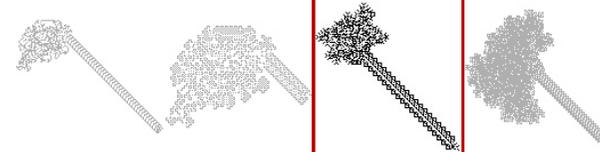
turmites à 2 états
exemple 2

turmites à 2 états
exemple 3

source: <http://mathworld.wolfram.com/Turmite.html>

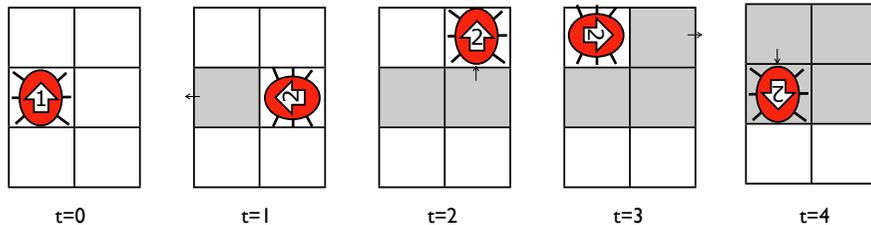
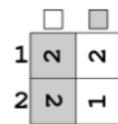
“Turmites”

“Turing termites”



source: <http://mathworld.wolfram.com/Turmite.html>

Turmite à deux états en environnement “toroidal”



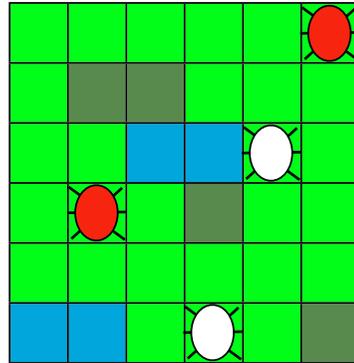
Interprétations

- Automate cellulaire
 - un automate 2D
 - une tête de lecture/écriture
 - état(s) interne(s)
- Modélisation individu-centrée
 - un environnement (dynamique)
 - un agent (avec état(s) interne(s))

Proies et prédateurs

- Populations d'agents

- des proies, des prédateurs
- actions: *N,S,E,W*
- un prédateur mange pour vivre

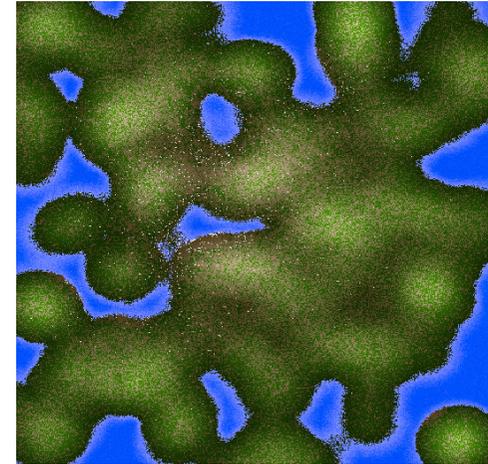


- Règles:

- Au hasard ou ...décisions selon états voisins

- Paramètres:

- vitesse de reproduction des proies et des prédateurs



50

Conclusions

- Modélisation mathématique

- Modélisation en temps discret : Suites
- Modélisation en temps continu : Equations différentielles
- Ex.: *modèle de croissance exponentielle (Malthus), avec facteur limitant (Verhulst), proie-prédateur (Lotka-Volterra), etc.*

- Modélisation informatique

- Modèle computationnel : modèle informatique d'un phénomène complexe pour lequel des solutions analytiques simples s'avèrent insuffisantes.
- Ex.: *météo, climatologie, neuroscience comp., bio-informatique, ...*